Contrôle de mathématiques n°1

LE CORRIGE EST SUR
LE SITE DU COLLEGE

Exercice 1 (5 pts)

1. Prouve sans faire de calcul que les nombres 4 114 et 7 650 ne sont pas premiers entre eux.
2. Calcule le PGCD de 4 114 et 7 650 par l'algorithme d'Euclide.
3. Rends la fraction $\frac{4114}{7650}$ irréductible

Exercice 2 (5 pts)

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat.

Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après mise en paquet, il reste ni œufs, ni poissons.

1. Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifie.
2. Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

Exercice 3 (5 pts)

Calcule et donne les résultats sous forme de fractions irréductibles. Ecris les étapes de calcul.

$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{15}{8}$ et $B = \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{4}\right) \div \frac{3}{8}$

Exercice 4 (5 pts)

À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons de baudruche qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons.

L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés cette année là. Il en reste alors 13.

Combien d'enfants, au maximum, étaient présents ? *Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans la notation.*

Exercice 1

1) 4 114 et 7 650 sont divisibles par 2 (nombres pairs) donc leur PGCD est au moins égal à 2 ; ce n'est donc pas 1. Ils ne sont donc pas premiers entre eux.

2) Par l'algorithme d'Euclide :

PGCD (4114 ; 7650) = PGCD (4114 ; 3536)
= PGCD (3536 ; 578)
= PGCD (578 ; 68)
= PGCD (68 ; 34)
= PGCD (34 ; 0)
= **34**

par la méthode des soustractions successives

3) $\frac{4114}{7650} = \frac{34\times121}{34\times225} = \frac{121}{225}$

Exercice 2

1) 2530 n'est pas divisible par 19, donc il ne peut pas partager les poissons en 19 paquets identiques. Donc il ne pourra pas réaliser 19 paquets.

2) Par l'algorithme d'Euclide :

PGCD (2622 ; 2530) = PGCD (2530 ; 92)
= PGCD (92 ; 46)
= PGCD (46 ; 0)
= **46**

Il peut donc réaliser au maximum 46 paquets. Chaque paquet contient :

- 2622 : 46 = 57 œufs
- 2530 : 46 = 55 poissons

Exercice 3

$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{15}{8}$

$A = \frac{3}{4} - \frac{2\times3\times5}{3\times2\times4}$

$A = \frac{3}{4} - \frac{5}{4}$

$A = -\frac{2}{4}$

$\mathbf{A = -\frac{1}{2}}$

$B = \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{4}\right) \div \frac{3}{8}$

$B = \left(\frac{10}{4} - \frac{7}{4}\right) \div \frac{3}{8}$

$B = \frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

$B = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$

$B = \frac{3\times4\times2}{4\times3}$

B = 2

Exercice 4

397 – 37 = 360   et   598 – 13 = 585

360 ballons ont été partagés la première année, 585 l'année suivante

Le nombre d'enfant est donc un diviseur de 360 et de 585, et comme on cherche le nombre maximum d'enfants présents, on calcule le PGCD de ces 2 nombres.

Par l'algorithme d'Euclide :

PGCD (360 ; 585) = PGCD (360 ; 225)
= PGCD (225 ; 135)
= PGCD (135 ; 90)
= PGCD (90 ; 45)
= PGCD (45 ; 0)
= $\boxed{\mathbf{45}}$

Il y avait au maximum 45 enfants à chacune de ces fêtes.